

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in
Ingegneria Spaziale



Station keeping di satelliti geostazionari mediante controllo ottimo non lineare

Relatore: Prof. Franco Bernelli Zazzera

Corelatore: Ing. Francesco Topputo

Tesi di Laurea di:

Giuseppe Marco Pasta Matr. 675816

Anno Accademico 2009-2010

Station keeping di satelliti geostazionari
mediante controllo ottimo non lineare

Giuseppe Marco Pasta

28 settembre 2010

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Motivazioni ed Obiettivi	1
1.2	Contenuto della tesi	3
2	Dinamica del Moto Orbitale	4
2.1	Sistemi di riferimento	4
2.1.1	Geocentrico Equatoriale, GECS	4
2.1.2	Geocentrico Equatoriale Fisso alla Terra, ECEF	6
2.1.3	Riferimento Geostazionario Clohessy-Wiltshire	8
2.1.4	Radiale-Trasversale-Normale	9
2.1.5	Equinoziale	10
2.2	Equazioni del moto per un satellite Geostazionario	11
2.2.1	Problema dei due corpi	12
2.2.2	Modello di Cowell	13
2.2.3	Equazioni di Clohessy-Wiltshire	14
2.2.4	Dinamica in coordinate sferiche	16
2.2.5	Dinamica Gauss VoP, parametri Kepleriani ed Equinoziali	18
2.3	Perturbazioni	22
2.3.1	Non Sfericità del campo gravitazionale terrestre	23
2.3.2	Attrazione Gravitazionale della luna e del sole	28
2.3.3	Disturbo di Pressione Solare	34
2.4	Accelerazione di spinta propulsiva	36
2.4.1	Parametri di performance di un sistema propulsivo per lo spazio	37
2.4.2	Propulsione Elettrica	39
2.5	Unità Canoniche	40
3	Teoria del controllo ottimo	42
3.1	Introduzione	42
3.2	Teoria di Hamilton - Jacobi	43
3.3	Ottimizzazione per sistemi dinamici	46
3.3.1	Ottimizzazione con stato non vincolato al tempo finale	46
3.3.2	Ottimizzazione con variabili di stato vincolate al tempo finale	47
3.4	Controllo ottimo lineare tempo-invariante	50
3.5	Soluzione del problema	52
3.5.1	Soluzione del Soft Constraint Problem	53
3.5.2	Soluzione dell'Hard Constraint Problem	55

3.5.3	Soluzione del Mixed Constraint Problem	55
4	Controllo Ottimo per sistemi non lineari: ASRE	58
4.1	Teoria dell'ASRE	58
4.1.1	Parametrizzazione	61
4.1.2	Requisiti delle fattorizzazioni: non singolarità, stabilità e controllabilità	63
4.2	Applicazione del metodo ad un problema test	64
5	Station Keeping dei satelliti GEO	68
5.1	Necessità dello SK	68
5.2	Scelta del modello dinamico	69
5.3	Definizione del problema	69
5.4	Fattorizzazione	70
5.4.1	Fattorizzazione della dinamica nominale	71
5.4.2	Fattorizzazione dei termini di Perturbazione	72
5.5	Requisiti del controllo	77
5.6	Architettura di controllo per lo SK dei satelliti GEO	78
5.7	Tecnica/Strategia di controllo adottata	80
6	Risultati	81
6.1	Definizione delle matrici peso	81
6.2	Determinazione del periodo di free drift	86
6.3	Applicazione allo station keeping	86
7	Conclusioni	91
7.1	Sviluppi futuri	91
A	Sviluppi in serie	93
A.1	Sviluppo in serie della perturbazione di gradiente di gravità	93
A.2	Sviluppo in serie della perturbazione di terzo corpo	94
A.3	Sviluppo in serie della perturbazione di pressione solare	95
B	Ulteriori grafici	96

Elenco delle figure

2.1	Sistema di Riferimento Geocentrico Equatoriale (GECS)	5
2.2	Coordinate Cartesiane e Sferiche in GECS	6
2.3	Riferimento ECEF. Greenwich Our Angle Θ , Longitudine λ , Latitudine φ	7
2.4	Sistema di Riferimento Geostazionario Clohessy-Wiltshire	8
2.5	Riferimento Radiale Trasversale Normale RTN	9
2.6	Riferimento equinoziale EQW	10
2.7	Definizione dell'orbita vera e di riferimento e relativi vettori	15
2.8	Definizione degli Elementi Kepleriani	19
2.9	Definizione della Longitudine vera L	21
2.10	Vista polare della terra e dei punti di equilibrio per la perturbazione di gravità terrestre	29
2.11	Evoluzione della coordinata ε sotto l'effetto della sola perturbazione gravitazionale, per condizione iniziale in prossimità di un punto di equilibrio stabile ($75.1^\circ E$), tempo di integrazione di 1 anno = 365 orbite	29
2.12	Evoluzione della coordinata ε sotto l'effetto della sola perturbazione gravitazionale, per condizione iniziale in prossimità di un punto di equilibrio instabile ($10^\circ W$), tempo di integrazione di 1 anno = 365 orbite	30
2.13	Disturbo di non uniformità del campo gravitazionale terrestre sui tre assi al variare della longitudine nominale	31
2.14	Schema della perturbazione di terzo corpo	32
2.15	Perturbazione di terzo corpo lunare sull'orbita geostazionaria, $\lambda_n = 60^\circ E$	34
2.16	Perturbazione di terzo corpo solare sull'orbita geostazionaria, $\lambda_n = 60^\circ E$	35
2.17	Disturbo di pressione solare sull'orbita geostazionaria, $\lambda_n = 60^\circ E$	36
4.1	Legge di controllo ottimale $u(t)$ per il problema test	65
4.2	Evoluzione delle variabili di stato x_1, x_2 per il problema test	66
4.3	Logaritmo dell'errore massimo ad ogni iterazione per il problema test	66
5.1	Analisi dell'errore per la perturbazione di campo gravitazionale non uniforme. Ordini dell'espansione da 2 a 6	74
5.2	Analisi dell'errore per la perturbazione terzo corpo lunare. Ordini dell'espansione da 2 a 6	75

5.3	Analisi dell'errore per la perturbazione terzo corpo solare. Ordini dell'espansione da 2 a 6	76
5.4	Analisi dell'errore per la perturbazione di pressione solare. Ordini dell'espansione da 2 a 6	77
5.5	Finestra di controllo per le coordinate λ e φ	78
5.6	Anello di controllo per lo SK dei satelliti GEO	79
6.1	Risultati della manovra di recupero da condizione iniziale al limite della finestra di controllo, $\varepsilon_0 = 0.05^\circ$, $\varphi = 0.05^\circ$, tempo di manovra $T_C = 0.5$ periodi orbitali.	82
6.2	Incidenza della matrice peso sul raggiungimento della condizione nominale al termine della manovra	84
6.3	Incidenza della matrice peso \mathbf{Q} sullo stato durante la manovra e sul ΔV richiesto per la manovra.	85
6.4	Evoluzione libera delle coordinate ε e φ , tempo di integrazione 7 orbite	86
6.5	Risultati del controllo senza traslazione della posizione nominale, $T_{FD} = 1.5$ giorni, $T_C = 0.5$ giorni, tempo di simulazione 30 giorni .	87
6.6	Risultati del controllo senza traslazione della posizione nominale, $T_{FD} = 2.5$ giorni, $T_C = 0.5$ giorni, tempo di simulazione 30 giorni .	87
6.7	Risultati del controllo senza traslazione della posizione nominale, $T_{FD} = 2.5$ giorni, $T_C = 0.5$ giorni, tempo di simulazione 30 giorni .	88
6.8	Andamento delle coordinate ε con controllo (rosso) e senza controllo (blu), tempo di simulazione 1 anno, $T_{FD} = 2.5$ giorni, $T_C = 0.5$ giorni.	89
6.9	Andamento delle coordinate φ con controllo (rosso) e senza controllo (blu), tempo di simulazione 1 anno, $T_{FD} = 2.5$ giorni, $T_C = 0.5$ giorni.	90
6.10	Storia temporale della legge di controllo, tempo di simulazione 1 anno	90
6.11	Perturbazioni agenti sul satellite durante 1 anno di missione	90
B.1	Evoluzione della coordinata ε con dinamica non disturbata, eccentricità $e = 0.003$, inclinazione $i = 0^\circ$, tempo di integrazione 5 giorni	96
B.2	Evoluzione delle coordinate angolari ε , φ con dinamica non disturbata, eccentricità $e = 0$, inclinazione $i = 0.5^\circ$, tempo di integrazione 5 giorni	97
B.3	Effetto della non uniformità del campo gravitazionale terrestre, tempo di integrazione 7 giorni	99
B.4	Effetto della non uniformità del campo gravitazionale terrestre, tempo di integrazione 1 mese	100
B.5	Effetto dell'attrazione lunare, tempo di integrazione 7 giorni	101
B.6	Effetto dell'attrazione lunare, tempo di integrazione 1 mese	102
B.7	Effetto dell'attrazione solare, tempo di integrazione 7 giorni	103
B.8	Effetto dell'attrazione solare, tempo di integrazione 1 mese	104
B.9	Effetto della pressione solare, tempo di integrazione 7 giorni	105
B.10	Effetto della pressione solare, tempo di integrazione 1 mese	106
B.11	Effetto combinato delle perturbazioni, tempo di integrazione 7 giorni	107
B.12	Effetto combinato delle perturbazioni, tempo di integrazione 1 mese	108
B.13	Effetto combinato delle perturbazioni, tempo di integrazione 1 anno	109

Elenco delle tabelle

2.1	Funzioni di Legendre fino all'ordine 4	26
2.2	Coefficienti JGM-2 per il calcolo del potenziale terrestre fino all'ordine 4	27
2.3	Caratteristiche dei corpi di perturbazione	32
2.4	Valori tipici di spinta F , velocità effettiva di scarico c , Impulso specifico I_{sp} e portata in massa di propellente per vari tipi di sistemi propulsivi.	39
5.1	Tabella riassuntiva dell'analisi dell'errore per la perturbazione di campo gravitazionale non uniforme	75
5.2	Tabella riassuntiva dell'analisi dell'errore per la perturbazione di terzo corpo lunare	76
5.3	Tabella riassuntiva dell'analisi dell'errore per la perturbazione di terzo corpo solare	76
5.4	Tabella riassuntiva dell'analisi dell'errore per la perturbazione pressione solare	76
6.1	Confronto dei risultati con altre tecniche di controllo ottimo	89

Sommario

L'effettiva stazionarietà dei satelliti in orbita geostazionaria in fase operativa è compromessa dall'azione dei disturbi, di varia natura, che tendono ad allontanare il satellite dalla sua posizione nominale. Per ovviare a questo problema si rende necessario pianificazione delle manovre di riposizionamento periodiche (station keeping). Motivati da un sempre più stringenti requisiti di tolleranza sulla posizione e dalla ricerca di strategie di controllo più performanti, si è applicata la teoria del controllo ottimo ASRE (*Approximating Sequence of Riccati Equations*) al problema in esame, ipotizzando un sistema propulsivo a bassa spinta di tipo elettrico. L'implementazione del metodo ha richiesto, attraverso un processo di fattorizzazione, la scrittura delle equazioni non lineari del moto in una rappresentazione agli stati a struttura pseudo-lineare con matrici del sistema non costanti ma dipendenti dello stato. Il modello dinamico in coordinate sferiche si è ben prestato a questo scopo. Una dettagliata simulazione del moto del satellite nel suo ambiente operativo con l'applicazione della strategia di controllo elaborata, ha permesso di verificare l'efficacia del metodo e valutare il costo del processo di station keeping in termini di ΔV .

Parole chiave Controllo ottimo non lineare, station keeping, satellite geostazionario

Abstract

A geostationary satellite is subject to disturbances of various kinds, which tend to move the vehicle from its nominal position. To overcome this problem it's necessary to schedule periodic station keeping maneuvers. Motivated by a more stringent requirements on position and by the research of higher performance control strategies, we applied the theory of optimal control ASRE (*Approximating Sequence of Riccati Equations*), here an electrical low-thrust propulsion system is considered. The implementation requires, through a process of factorization, to write the nonlinear equations of motion in a space-state representation with linear structure but with state-dependent coefficients matrix. The dynamic model in spherical coordinates is well suited for this purpose. A detailed simulation of the spacecraft's operating environment incorporating the maneuver strategy is used to verify the feasibility of the algorithm and asses the cost of station-keeping in terms of ΔV .

Key words Non linear optimal control, station keeping, geostationary satellite

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Motivazioni ed Obiettivi

Un'orbita geostazionaria è un'orbita circolare ed equatoriale, situata ad una altezza tale che il periodo di rivoluzione di un satellite che la percorre coincide con il periodo di rotazione della Terra. Tale orbita viene definita geostazionaria in quanto per un osservatore a terra, il satellite appare fermo in cielo, sospeso sempre al di sopra del medesimo punto sull'equatore, muovendosi alla stessa velocità angolare della Terra. L'orbita geostazionaria perfetta esiste solo come astrazione matematica. In realtà, il satellite non rimane fisso rispetto alla terra, perché oltre all'azione gravitazionale del corpo centrale ideale, esistono delle forze perturbative che influenzano il moto del satellite deviandolo dalla sua posizione nominale. Da qui la necessità dello station keeping per la correzione di tali deviazioni.

Il principale requisito di missione per un satellite Geostazionario richiede che lo scostamento dalla posizione nominale rimanga confinato in un piccolo intorno per l'intera durata della vita operativa del satellite. Con il crescere del numero di satelliti orbitanti in tale tipologia di orbita e con la conseguente congestione delle posizioni di interesse commerciale e scientifico, negli ultimi anni è costantemente cresciuta la necessità di avere margini di tolleranza sulla posizione sempre più ristretti.

A questo scopo, è necessario programmare un'efficace ed efficiente strategia di mantenimento dell'orbita, (station keeping) capace di contrastare gli effetti delle forze di perturbazione naturale che tendono ad allontanare il satellite dalla sua posizione nominale, attraverso un'opportuna serie di manovre correttive propulse. Tale strategia è elaborata attraverso lo studio di modelli di propagazione orbitale che tengano conto delle principali forze perturbative per le orbite in questione: la forza di attrazione gravitazionale, le forze di attrazione luni-solare e la pressione di radiazione.

Allo stato attuale, la maggior parte dei satelliti geostazionari già in orbita è equipaggiato con sistemi di propulsione di tipo chimico. Con l'impiego di propulsori di questo genere, la cui spinta è dell'ordine delle decine di Newton, la strategia di controllo prevede tipicamente una fase di spinta ogni una o due settimane della durata di poche decine di minuti. Dato il piccolo rapporto tra la durata della fase propulsa ed il periodo orbitale dell'orbita geostazionaria, la manovra di station

keeping eseguita con i propulsori chimici può considerarsi con buona approssimazione di tipo impulsivo.

Nelle più moderne generazioni di satelliti GEO l'uso della propulsione elettrica si sta consolidando come tecnologia alternativa a quella chimica, soprattutto per le migliori prestazioni in termini di impulso specifico. Dall'espressione (1.1), un sistema propulsivo ad alto impulso specifico si traduce, a parità di ΔV richiesto, in una minore quantità di propellente da imbarcare. La massa risparmiata diventa destinabile all'installazione di payload, oppure, cosa più rilevante per i satelliti commerciali, disponibile per altro propellente che servirà a garantire una vita operativa più lunga e quindi un più ampio margine di ritorno economico e scientifico.

$$\frac{m_p}{m_0} = 1 - \exp\left(-\frac{\Delta V}{I_{sp}g_0}\right) \quad (1.1)$$

in cui m_p è la massa di propellente necessario per ottenere il ΔV , m_0 è la massa iniziale del satellite, I_{sp} è l'impulso specifico, g_0 l'accelerazione di gravità standard.

L'impiego della propulsione elettrica diventa una necessità quando si richiede una finestra di controllo per lo station keeping molto ristretta. In questo caso le accelerazioni prodotte dai propulsori deve avere lo stesso ordine di grandezza delle accelerazioni di perturbazione, e solo la propulsione elettrica è in grado di offrire questi livelli di spinta con buona efficienza. Sostituire la propulsione chimica con quella elettrica comporta anche implicazioni dal punto di vista dell'implementazione della legge di controllo. Con la propulsione chimica si hanno manovre di tipo impulsivo, ovvero cambiamenti di velocità quasi istantanei, in cui il profilo di spinta è totalmente ininfluenza. In questo caso, l'ottimizzazione dello SK punta a determinare la migliore configurazione di ΔV e posizioni di inizio e fine manovra. Al contrario la propulsione chimica prevede livelli di spinta molto bassi. Ciò implica che per raggiungere gli stessi obiettivi di ΔV è necessario azionare i propulsori per tempi confrontabili con il periodo orbitale del satellite. La manovra correttiva diventa quindi un processo continuo che può essere ottimizzato con i risultati delle teorie del controllo per sistemi dinamici continui. La più nota teoria del controllo ottimo è quella applicabile ai sistemi lineari tempo-invarianti e nota in letteratura come *LQR*, *Linear Quadratic Regulator*. Qualora necessario, il processo di linearizzazione comporta una perdita di informazione matematiche che degrada l'accuratezza del modello, specialmente quando le non linearità sono forti o il sistema si trova in condizioni di funzionamento lontane dal punto di lavoro nominale. Per tale motivo, recentemente sono state sviluppate delle tecniche di controllo ottimo per sistemi non lineari. Una di queste è nota in letteratura come ASRE (*Approximating Sequence of Riccati Equation*). Tale metodo permette di risolvere il problema del controllo ottimo per sistemi non lineari tempo varianti, attraverso una sequenza di problemi lineari-quadratici e tempo varianti che converge arbitrariamente alla soluzione esatta del problema. In questo lavoro si vuole dimostrare la validità del metodo ASRE applicato per la prima volta al problema delle station keeping dei satelliti geostazionaria dotati di sistema propulsivo a bassa spinta di tipo elettrico

1.2 Contenuto della tesi

Capitolo 1 Introduzione al problema dello station keeping, motivazioni ed obiettivi del lavoro svolto.

Capitolo 2 È il capitolo dedicato alla dinamica del moto satellitare. Vengono definiti i sistemi di riferimento per la scrittura delle equazioni del moto. Successivamente si presentano quattro diverse scritture delle equazioni del moto: in coordinate inerziali cartesiane, in coordinate non inerziali cartesiane su un riferimento fisso al satellite, in coordinate sferiche non inerziali e un set di equazioni che esprimono la dinamica in termini di evoluzione di parametri orbitali non singolari (parametri equinoziali). Vengono infine descritti i modelli per le perturbazioni naturali prodotti dalla non sfericità della terra, dall'azione gravitazionale della luna e del sole, dalla pressione di radiazione. Tutti questi modelli vengono presentati in forma potenziale o pseudo potenziale.

Capitolo 3 In questo capitolo viene presentata la teoria generale dell'ottimizzazione secondo Hamilton-Jacobi e la sua applicazione per l'ottimizzazione dei sistemi dinamici. In particolare si espongono le formulazioni per problemi a stato iniziale, orizzonte finito. Vengono sviluppati i set di equazioni che definiscono il problema dell'ottimizzazione per problemi con stato finale libero (*soft constraints problem*), stato finale vincolato (*hard constraints problem*) e stato finale parzialmente vincolato (*mixed constraints problem*). La tecnica di soluzione attraverso l'uso della matrice di transizione viene proposto per tutti e tre i tipi di problemi.

Capitolo 4 Questo capitolo è dedicato alla teoria del controllo ottimo per sistemi non lineari tempo varianti: ASRE, *Approximating Sequence of Riccati Equations*. Vengono enunciate le proprietà di convergenza ed i requisiti necessari per l'applicazione del metodo. Alla fine del capitolo sono riportati i risultati dell'applicazione del metodo ad un problema test.

Capitolo 5 In questo capitolo, dopo aver motivato la scelta del modello matematico con cui descrivere la dinamica del satellite, viene dettagliatamente sviluppato il problema del controllo ottimo ASRE applicato allo SK dei satelliti GEO. Dapprima vengono fissati i requisiti di controllo, successivamente vengono mostrate le matrici fattorizzate e le matrici peso per il problema. L'ultima parte è dedicata all'architettura ed alla strategia del controllo.

Capitolo 6 Capitolo dedicato ai risultati ottenuti mediante simulazioni al calcolatore.

Capitolo 7 Presentazione delle conclusioni e dei possibili sviluppi futuri.