

# POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Spaziale

## Station Keeping di satelliti geostazionari mediante controllo ottimo nonlineare

Relatore: Prof. Franco Bernelli Zazzera

Correlatore: Ing. Francesco Topputo

Tesi di: Giuseppe Marco Pasta



# Oggetto

## Orbita Geostazionaria:

- Equatoriale  $\rightarrow$  inclinazione  $i=0^\circ$
- Circolare  $\rightarrow$  Eccentricità  $e=0$
- Geosincrona  $\rightarrow$  Periodo Orbitale  $T= 23^h56^m04^s$

## Disturbi naturali:

- Non sfericità del campo gravitazionale
- Terzo corpo (Sole e Luna)
- Pressione Solare

## Station Keeping:

- Determinazione dell'orbita
- Programmazione della manovra : **Controllo Ottimo nonlineare**
- Esecuzione della manovra



# Indice

- Motivazioni
- Modello della dinamica orbitale
- Modelli per le azioni di disturbo
- Il problema generale del controllo ottimo
- La soluzione proposta: metodo ASRE (una variante)
- Risultati
- Conclusioni e sviluppi futuri



# Motivazioni

Massa di propellente condiziona il progetto di un satellite GEO:

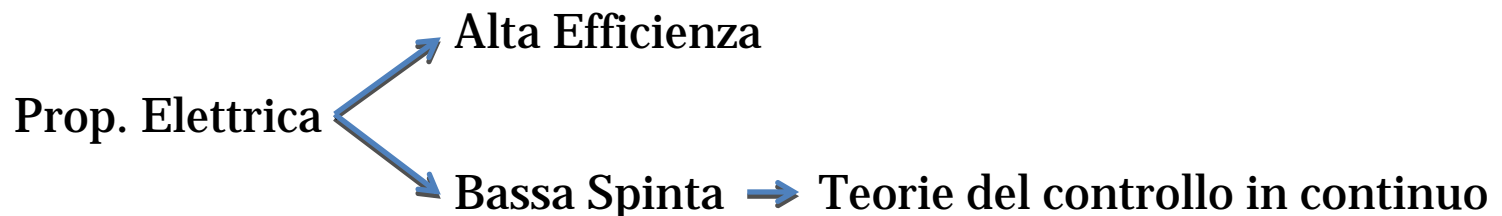
- Vita operativa strettamente legata al propellente disponibile
- Meno propellente  $\longrightarrow$  Più carico utile

Soluzioni tecnologiche - hardware e software - atte a ridurre al minimo il consumo di propellente

$$\frac{\text{massa propellente}}{\text{massa totale}} = \frac{m_p}{m_0} = 1 - \exp\left(-\frac{\Delta V}{I_{sp}g_0}\right)$$

Obiettivo: minimizzare la mass fraction:

- Aumentare l'impulso specifico  $I_{sp}$   $\rightarrow$  Propulsione Elettrica
- Ridurre il budget di Velocità  $\Delta V$   $\rightarrow$  Controllo Ottimo



# Modello della dinamica orbitale

- Modelli Valutati
- Cowell
  - Clohessy-Wiltshire
  - Gauss VoP, Parametri Equinoziali
  - Coordinate sferiche

Vantaggi:

- Facilmente adattabile allo schema ASRE
- Coordinate angolari coincidenti con l'errore sulla posizione
- Disponibilità di modelli di perturbazioni semplificati

Unità canoniche  $\longrightarrow$  Migliore integrazione numerica

Parametro gravitazionale  $\mu_{\oplus} = \frac{UL^3}{UT^2} = 1$

Unità di lunghezza

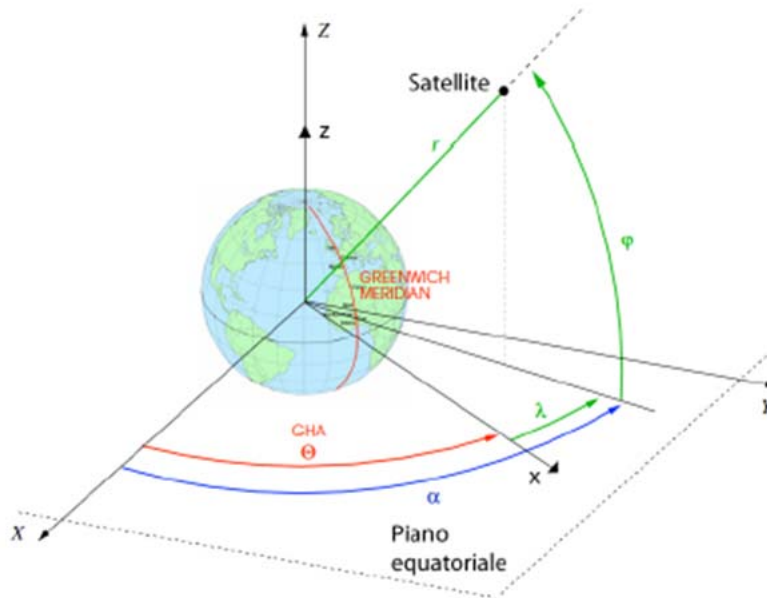
$$UL = R_{geo} = a = 42164 \text{ km}$$

Unità di tempo

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\mu_{\oplus}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2 \rightarrow T = 2\pi$$



# Modello della dinamica orbitale



Riferimento ECEF:

- Geocentric
- Solidale alla terra
- Asse x diretto verso  $\square_n$

Coordinate sferiche:

- $r$ , raggio
- $\varepsilon$ , longitudinale,  $\lambda = \lambda_n + \varepsilon$
- $\varphi$  latitudine

$$\text{Stato } \mathbf{x} = [r \ \varepsilon \ \varphi \ v \ \xi \ \eta]^T$$

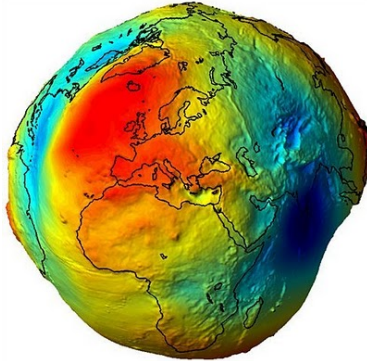
$$\text{Nominale } \mathbf{x}_n = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

**Dinamica perturbata**

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{r} = v \\ \dot{\varepsilon} = \xi \\ \dot{\varphi} = \eta \\ \dot{v} = -\frac{\mu}{r^2} + r\eta^2 + r(\xi + \omega) \cos^2 \varphi + a_{p_r}(r, \varepsilon, \varphi) + u_r(t) \\ \dot{\xi} = 2\eta(\xi + \omega) \tan \varphi - 2\frac{v}{r}(\xi + \omega) + \frac{1}{r \cos \varphi} a_{p_\varphi}(r, \varepsilon, \varphi) + \frac{1}{r \cos \varphi} u_\varepsilon(t) \\ \dot{\eta} = -2\frac{v}{r}\eta - (\xi + \omega)^2 \sin \varphi \cos \varphi + \frac{1}{r} a_{p_\varepsilon}(r, \varepsilon, \varphi) + \frac{1}{r} u_\varphi(t) \end{array} \right.$$



# Perturbazioni: Non sfericità della Terra



Terra non sferica e massa non uniformemente distribuita



Campo gravitazionale non sferico

Modello a Potenziale:

$$U = \frac{\mu}{r} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left( \frac{R_T}{r} \right)^l P_{l,m}[\sin \varphi] \left\{ C_{l,m} \cos m\lambda + S_{l,m} \sin m\lambda \right\}$$

$P_{l,m}$   $\longrightarrow$  funzioni di Legendre

$C_{l,m}, S_{l,m}$   $\longrightarrow$  coefficienti dell'espansione

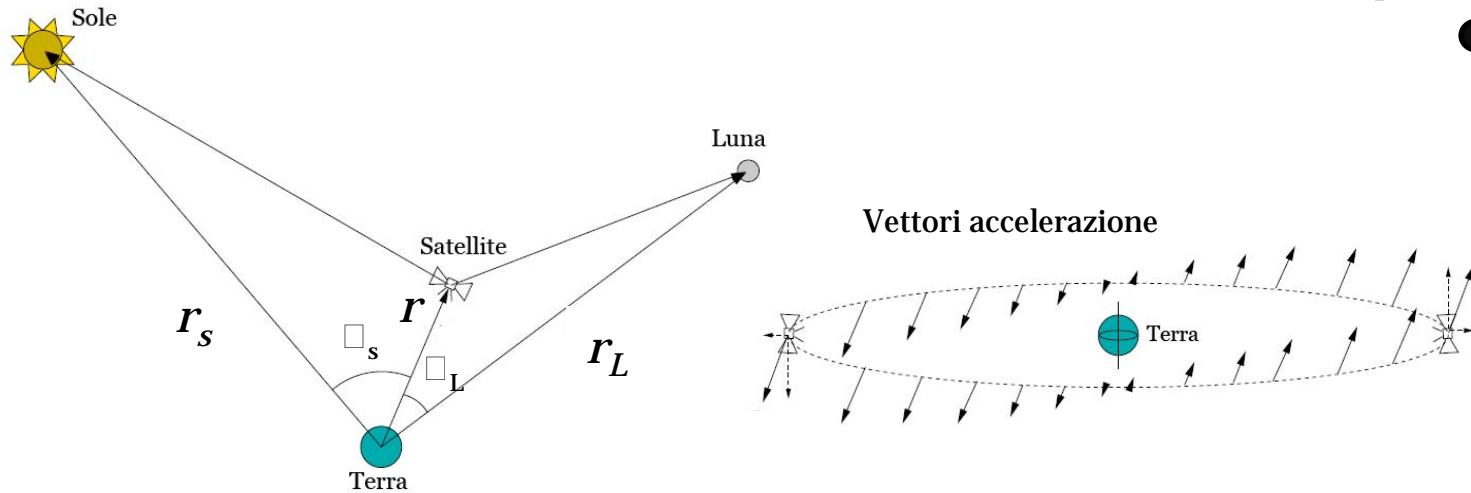
Termini considerati  $\longrightarrow l=m=3$

$$\text{grad } U = \mathbf{a}_g = \frac{\partial U(r, \lambda, \varphi)}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \cos \varphi} \frac{\partial U(r, \lambda, \varphi)}{\partial \lambda} \hat{\lambda} + \frac{1}{r} \frac{\partial U(r, \lambda, \varphi)}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$



# Perturbazioni: Terzo Corpo

Terzo Corpo



Sole e Luna  $\longrightarrow$  Perturbatori gravitazionali

Potenziale

$$U_3 = \frac{\mu_3}{r_3} \left[ 1 + \sum_{k=2}^{\infty} \left( \frac{r}{r_3} \right)^k P_k(\cos \psi) \right]$$

Ordine espansione  $k=2$

$$U_3 = \frac{\mu_3}{r_3} \left[ 1 + \left( \frac{r}{r_3} \right)^2 \frac{3 \cos^2 \psi_3 - 1}{2} \right]$$

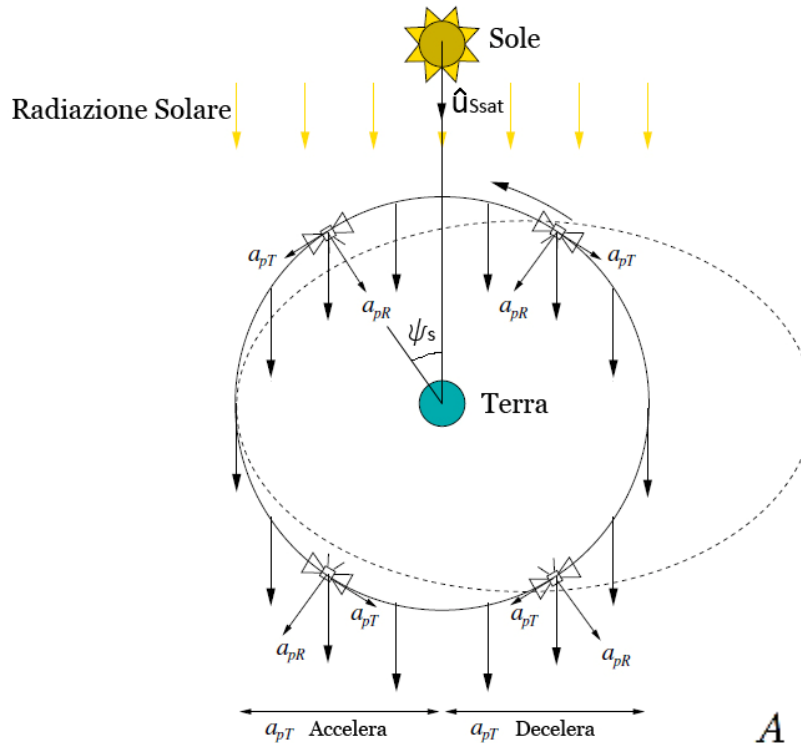
$$\cos \psi_3 = \sin \varphi \sin \delta_3 + \cos \varphi \cos \delta_3 \cos (\alpha - \alpha_3)$$

$$\alpha = \Theta(t) + \lambda_n + \varepsilon$$





# Perturbazioni: Pressione Solare



$$\mathbf{a}_{sp} = P_{sr}(1 + \beta) \frac{A}{m} \hat{\mathbf{u}}_{Ssat}$$

$$P_{sr} = \frac{C_S}{c} = \frac{1353[W/m^2]}{299792458[m/s]}$$

$$\begin{cases} \beta = 1 & \text{Riflessione totale} \\ \beta = 0 & \text{Assorbimento totale} \\ \beta = -1 & \text{Trasmissione totale} \end{cases}$$

$$\frac{A}{m} = \frac{\text{Superficie } \perp \text{ alla radiazione solare}}{\text{massa del satellite}}$$

Pseudo-Potenziale

$$U_{sp} = -P_{sr}(1 + \beta) \frac{A}{m} r \cos \psi_S$$

$$\cos \psi_S = \sin \varphi \sin \delta_S + \cos \varphi \cos \delta_S \cos (\alpha - \alpha_S)$$

$$\alpha = \Theta(t) + \lambda_n + \varepsilon$$



# Il problema del controllo ottimo

Sistema dinamico

$$\dot{x}(t) = f[x(t), u(t), t]$$

Condizione iniziale

$$x(t_0) = x_0$$

Cifra di merito

$$J = \phi[x(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} L[x(t), u(t), t] dt$$

Controllo ottimo: determina  $u^*(t)$  che minimizza  $J$

Caso Particolare: LQR, *Linear Quadratic Regulator*

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad J = \frac{1}{2} x_f^T S x_f + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} x^T Q x + u^T R u dt$$

Eq. di Eulero-Lagrange  $\longrightarrow$  Two-Point Boundary Value Problem

$$\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\lambda} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \lambda \end{Bmatrix} \qquad u(t) = -R^{-1}B^T \lambda(t)$$

Con le condizioni al contorno

Iniziale  
 $x(t_0) = x_0$

Finale

$$\lambda(t_f) = \frac{\partial \phi(x_f)}{\partial x_f} = S x_f$$

Soft Constraint

$$x(t_f) = x_f$$

Hard Constraint

$$\begin{cases} x_i(t_f) = x_{fi} & i = 1, \dots, q \\ \lambda_i(t_f) = \frac{\partial \phi(x_f)}{\partial x_{fi}} & i = q + 1, \dots, n \end{cases} \quad \text{Mix Constraint}$$



# Il metodo ASRE

*Approximating Sequence of Riccati Equations:*

sequenza di problemi LQR tempo varianti che converge arbitrariamente alla soluzione esatta del problema nonlineare.

1) Fattorizzazione della dinamica in forma Pseudo lineare:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \xrightarrow{\text{Fattorizzazione}} \dot{\mathbf{x}}(t) = \underbrace{\mathbf{A}(\mathbf{x}(t), t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)\mathbf{u}(t)}_{\text{Pseudo-lineare}}$$

2) Sequenza iterativa

**Primo Passo**

$$\dot{\mathbf{x}}^{[0]}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}_0, t)\mathbf{x}^{[0]}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}_0, 0, t)\mathbf{u}^{[0]}(t)$$

$$J^{[0]} = \frac{1}{2}\mathbf{x}^{[0]T}(t_f)\mathbf{S}\mathbf{x}^{[0]}(t_f) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} \mathbf{x}^{[0]T}(t)\mathbf{Q}(\mathbf{x}_0, 0)\mathbf{x}^{[0]}(t) + \mathbf{u}^{[0]T}(t)\mathbf{R}(\mathbf{x}_0, 0)\mathbf{u}^{[0]}(t) dt$$

**Iterazioni successive**

$$\dot{\mathbf{x}}^{[i]}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}^{[i-1]}(t), t)\mathbf{x}^{[i]}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}^{[i-1]}(t), \mathbf{u}^{[i-1]}(t), t)\mathbf{u}^{[i]}(t)$$

$$J^{[i]} = \frac{1}{2}\mathbf{x}^{[i]T}(t_f)\mathbf{S}\mathbf{x}^{[i]}(t_f) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} \mathbf{x}^{[i]T}(t)\mathbf{Q}(\mathbf{x}^{[i-1]}(t), \mathbf{u}^{[i-1]}(t))\mathbf{x}^{[i]}(t) + \mathbf{u}^{[i]T}(t)\mathbf{R}(\mathbf{x}^{[i-1]}(t), \mathbf{u}^{[i-1]}(t))\mathbf{u}^{[i]}(t) dt \quad i = 1, \dots, N$$



# Il metodo ASRE modificato (ASTPBVP)

Equazioni di Riccati  $\longrightarrow$  Two-Point Boundary Value Problem

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}^{[0]}(t) \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}}^{[0]}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\mathbf{x}_0, t) & -\mathbf{B}(\mathbf{x}_0, 0, t)\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x}_0, 0)\mathbf{B}^T(\mathbf{x}_0, 0, t) \\ -\mathbf{Q}(\mathbf{x}_0, 0) & -\mathbf{A}^T(\mathbf{x}_0, t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}^{[0]}(t) \\ \boldsymbol{\lambda}^{[0]}(t) \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}^{[i]}(t) \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}}^{[i]}(t) \end{Bmatrix} = \mathbf{H}(\mathbf{x}^{[i-1]}, \mathbf{u}^{[i-1]}) \begin{Bmatrix} \mathbf{x}^{[i]}(t) \\ \boldsymbol{\lambda}^{[i]}(t) \end{Bmatrix} \quad i = 1, \dots, N$$



$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}(\mathbf{x}^{[i-1]}, t) & -\mathbf{B}(\mathbf{x}^{[i-1]}, \mathbf{u}^{[i-1]})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x}^{[i-1]}, \mathbf{u}^{[i-1]})\mathbf{B}^T(\mathbf{x}^{[i-1]}, \mathbf{u}^{[i-1]}) \\ -\mathbf{Q}(\mathbf{x}^{[i-1]}, \mathbf{u}^{[i-1]}) & -\mathbf{A}^T(\mathbf{x}^{[i-1]}, t) \end{bmatrix}$$

Soluzione del TPBVP

$$\mathbf{u}^{[i]}(t) = -\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x}^{[i-1]}, \mathbf{u}^{[i-1]})\mathbf{B}^T(\mathbf{x}^{[i-1]}, \mathbf{u}^{[i-1]})\boldsymbol{\lambda}^{[i]}(t)$$

Criterio di convergenza

$$\|\mathbf{x}^{[i]}(t) - \mathbf{x}^{[i-1]}(t)\|_{\infty} \leq \epsilon$$



# Soluzione: State Transition Matrix

Problema:  $\dot{y} = Zy \xrightarrow{\text{Soluzione generale}} y(t) = \Phi(t, \tau)y(\tau)$

STM  $\Phi(t, \tau) \xrightarrow{\quad} \begin{cases} \dot{\Phi} = Z\Phi \\ \Phi(0^+) = I \end{cases}$

Mix Constraint Problem  $\longrightarrow$  Partizione della STM

$$\begin{Bmatrix} x_1(t) \\ \hat{x}(t) \\ \lambda_1(t) \\ \hat{\lambda}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{xx}^{(11)}(t, \tau) & \Phi_{xx}^{(1P)}(t, \tau) & \Phi_{x\lambda}^{(11)}(t, \tau) & \Phi_{x\lambda}^{(1P)}(t, \tau) \\ \Phi_{xx}^{(P1)}(t, \tau) & \Phi_{xx}^{(PP)}(t, \tau) & \Phi_{x\lambda}^{(P1)}(t, \tau) & \Phi_{x\lambda}^{(PP)}(t, \tau) \\ \Phi_{\lambda x}^{(11)}(t, \tau) & \Phi_{\lambda x}^{(1P)}(t, \tau) & \Phi_{\lambda\lambda}^{(11)}(t, \tau) & \Phi_{\lambda\lambda}^{(1P)}(t, \tau) \\ \Phi_{\lambda x}^{(P1)}(t, \tau) & \Phi_{\lambda x}^{(PP)}(t, \tau) & \Phi_{\lambda\lambda}^{(P1)}(t, \tau) & \Phi_{\lambda\lambda}^{(PP)}(t, \tau) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(\tau) \\ \hat{x}(\tau) \\ \lambda_1(\tau) \\ \hat{\lambda}(\tau) \end{Bmatrix}$$

$$x(t_0) = x_0 \quad \begin{cases} x_1(t_f) = x_{1f} \\ \lambda_i(t_f) = \frac{\partial \phi(x_f)}{\partial x_{fi}} = S_{ij}x_{fj} \quad i, j = 2, \dots, 6 \end{cases}$$

Per  $\tau = t_0, t = t_f$       Sistema  $2n$  equazioni in  $2n$  incognite



# Il metodo ASRE: fattorizzazione

Il metodo ASRE, richiede che la dinamica venga espressa attraverso lo schema lineare ma con matrici A e B che dipendono dallo stato e dagli ingressi.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t), t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)\mathbf{u}(t)$$

La fattorizzazione di un problema non lineare non è unica. Per il medesimo problema esiste un'infinità di fattorizzazioni del tipo:

$$\alpha \mathbf{A}_1(\mathbf{x})\mathbf{x} + (1 - \alpha)\mathbf{A}_2(\mathbf{x})\mathbf{x} = \alpha f(\mathbf{x}) + (1 - \alpha)f(\mathbf{x}) \quad \forall \alpha, 0 \leq \alpha \leq 1$$

## Requisiti della fattorizzazione

- Assenza di singolarità in un intorno sufficientemente grande del punto di lavoro nominale
- Controllabilità del sistema fattorizzato



# Risultati

Longitudine nominale

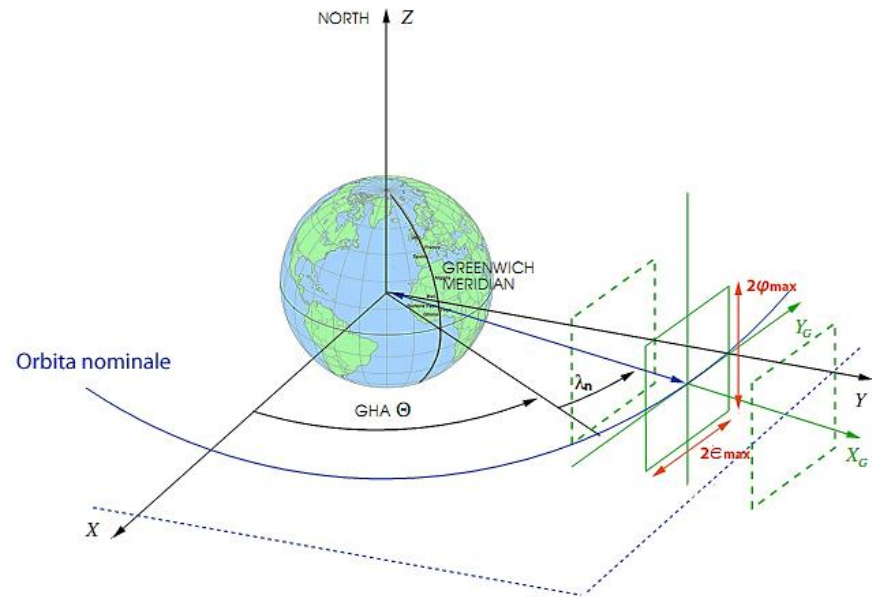
$$\lambda_n = 60^\circ E$$

Requisiti di missione

$$-\varepsilon_{max} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{max}$$

$$-\varphi_{max} \leq \varphi \leq \varphi_{max}$$

$$\varepsilon_{max} = \varphi_{max} = 0.05^\circ$$

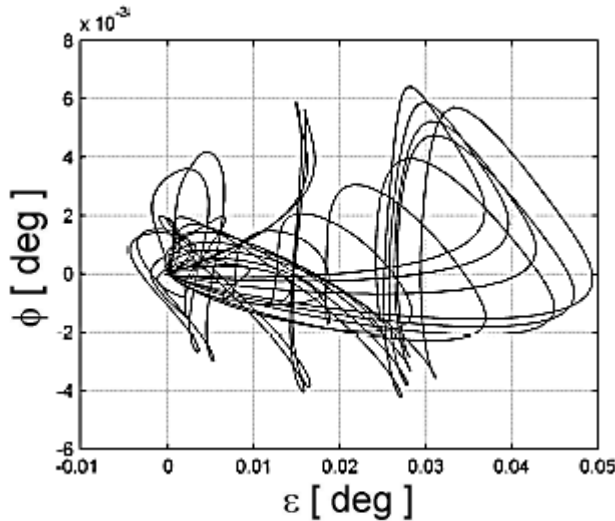
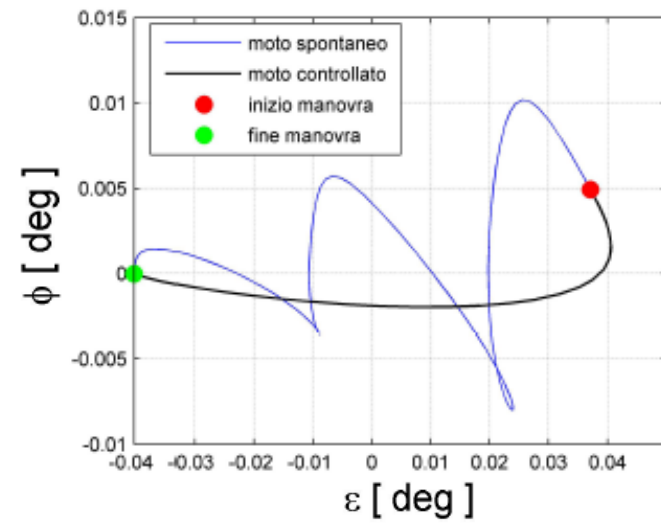
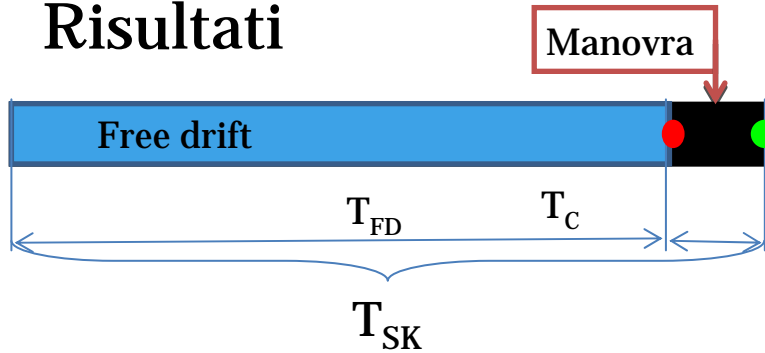


Caratteristiche fisiche del satellite

- Massa  $m=3000$  kg
- Superficie esposta alla radiazione normale  $A=100$  m<sup>2</sup>
- Costante di riflessione ottica  $\square=0.5$



# Risultati



$\lambda_n$  non arretrato  
Tempo simulazione 1 mese

$T_{FD}=1.5$  giorni

$T_C=0.5$  giorni

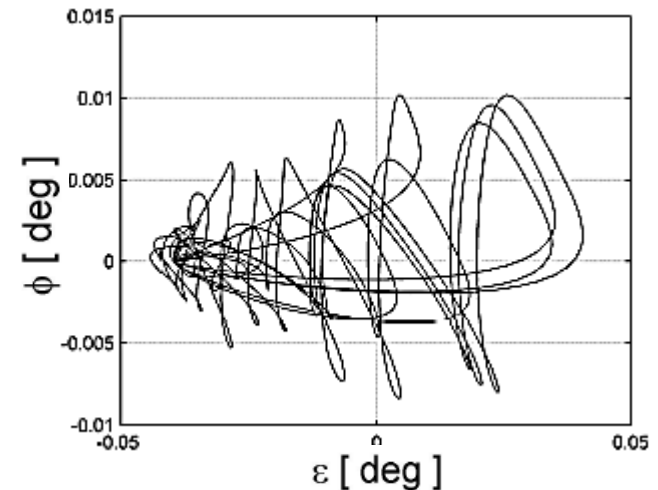
$\Delta V=7.02$  m/s

$\lambda_n$  arretrato di 0.04  
Tempo simulazione 1 mese

$T_{FD}=2.5$  giorni

$T_C=0.5$  giorni

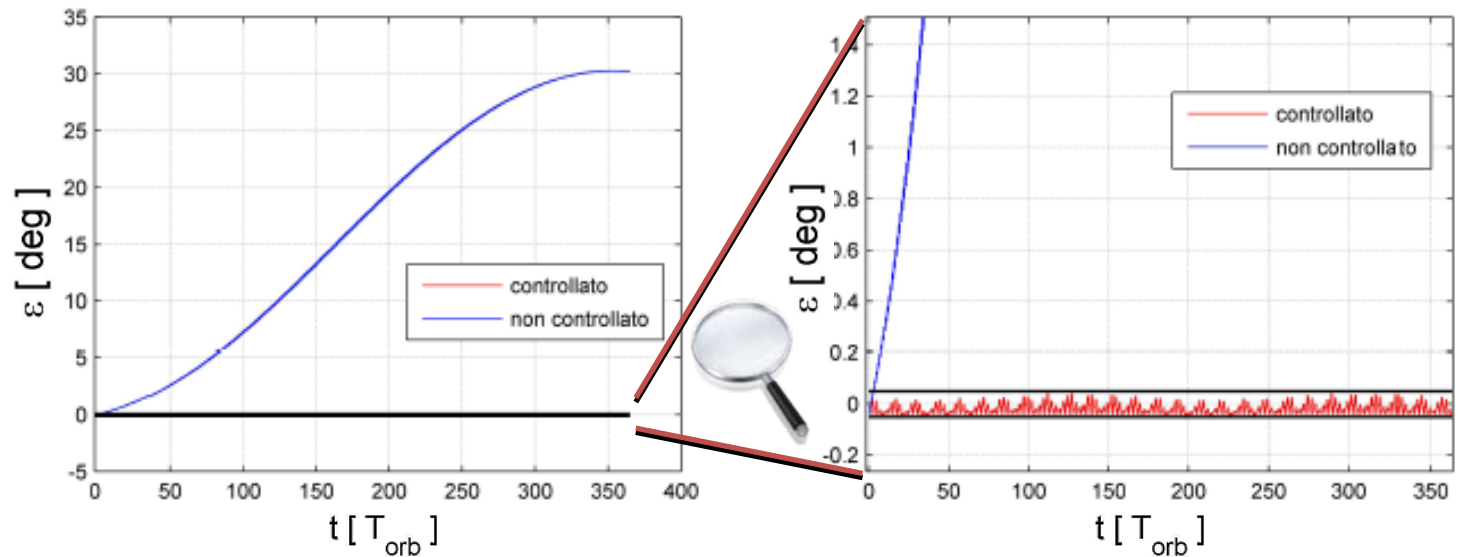
$\Delta V=6.59$  m/s



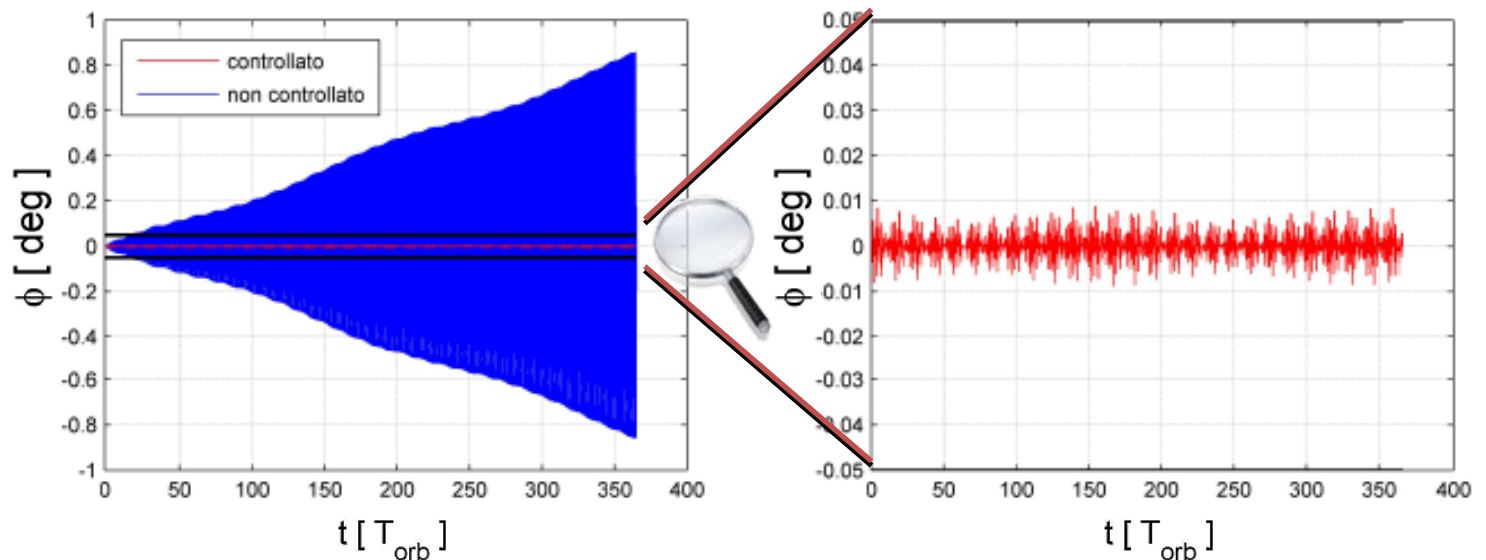


# Risultati: Simulazione su 1 anno

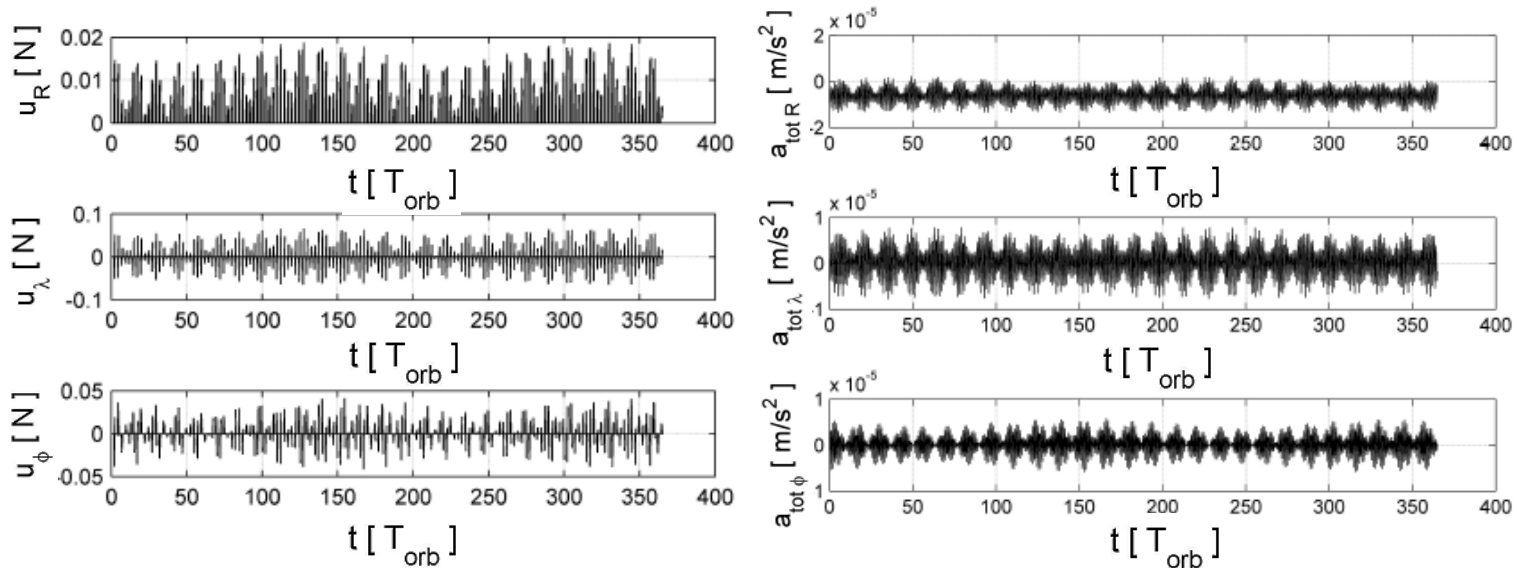
## Errore in longitudine



## Latitudine



# Risultati: Simulazione su 1 anno



$$\Delta V = 79.69 \text{ m/s} \xrightarrow{I_{sp} = 3000 \text{ s}} m_p = m_0 \left( 1 - e^{-\frac{\Delta V}{I_{sp} g_0}} \right) = 8.11 \text{ kg}$$

Metodo	$\Delta V$	Consumo annuo
ASRE	79.69 m/s	8.11 kg
FHOC	180.48 m/s	18.34 kg
RHOC	69.56 m/s	7.08 kg



# Conclusioni

- È stata presentata la moderna teoria del controllo ottimo non lineare ASRE
- Una variante del metodo ASRE è stata elaborata per ricavare la soluzione come sequenza di TPBVP
- Sono stati introdotti i concetti e le tecniche di rappresentazione agli stati in forma pseudo-lineare e di fattorizzazione
- I risultati numerici delle simulazioni confermano l'accuratezza e l'efficienza del metodo proposto

# Sviluppi futuri

- Ottimizzazione della fattorizzazione e delle matrici peso
- Adattare la legge di controllo ai livelli di spinta realmente disponibili
- Controllo a due spinte: tangenziale e normale
- Separare lo station keeping EW da quello NS



# POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Spaziale

## Station Keeping di satelliti geostazionari mediante controllo ottimo nonlineare

Relatore: Prof. Franco Bernelli Zazzera

Correlatore: Ing. Francesco Topputo

Tesi di: Giuseppe Marco Pasta





# Fattorizzazione della dinamica nominale

$$A(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} & \mathbf{0}_{33} & & & \mathbf{I}_{33} & \\ a_{41} & 0 & 0 & 0 & a_{45} & a_{46} \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & 0 & 0 & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

con

$$a_{41} = -\frac{\mu}{r^3} + \alpha_1 \eta^2 + (\alpha_2 \xi^2 + 2\alpha_3 \xi \omega + \omega^2) \cos^2 \varphi \quad a_{56} = [2\omega + 2(1 - \beta_1)\xi] \tan \varphi$$

$$a_{45} = [(1 - \alpha_2)r\xi + 2(1 - \alpha_3)\omega] \cos^2 \varphi$$

$$a_{61} = -\frac{1}{2r} \omega^2 \sin 2\varphi$$

$$a_{46} = (1 - \alpha_1)r\eta$$

$$a_{64} = -2(1 - \gamma_1) \frac{1}{r} \eta$$

$$a_{54} = -\frac{2}{r} \omega - 2(1 - \beta_2) \frac{1}{r} \xi$$

$$a_{65} = [-\frac{1}{2}\xi - \omega] \sin 2\varphi$$

$$a_{55} = 2\beta_1 \xi \tan \varphi - 2\beta_2 \frac{v}{r}$$

$$a_{66} = -2\gamma_1 \frac{v}{r}$$



# Matrice degli ingressi

$$B(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} & & 0_{33} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r^2 \cos^2 \varphi} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r^2} \end{bmatrix}$$

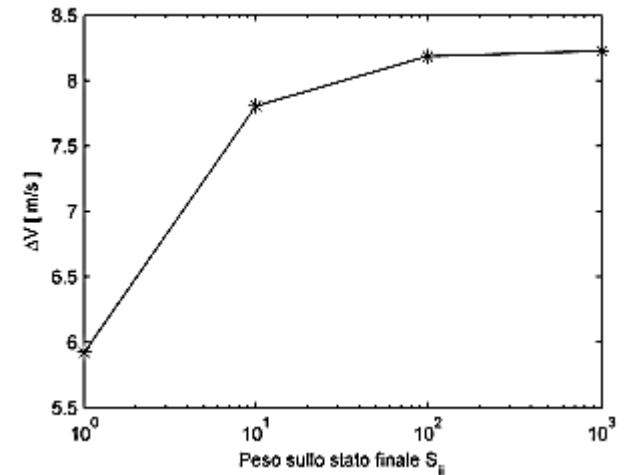
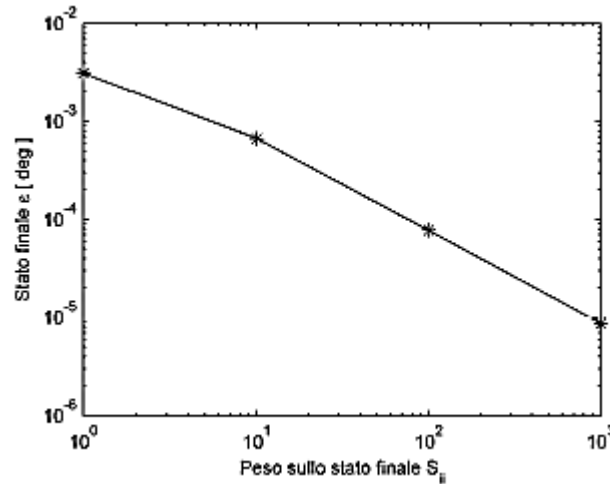




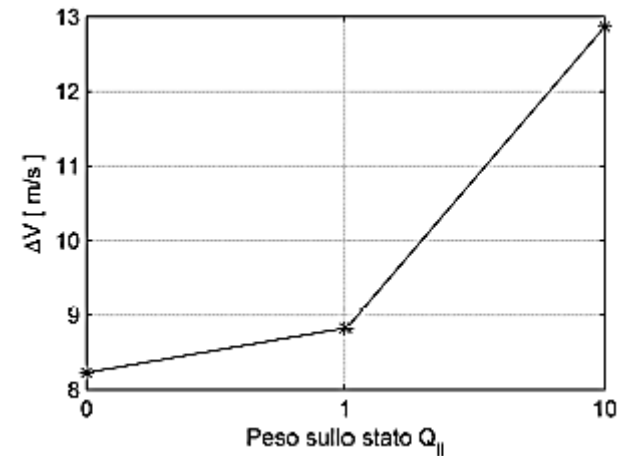
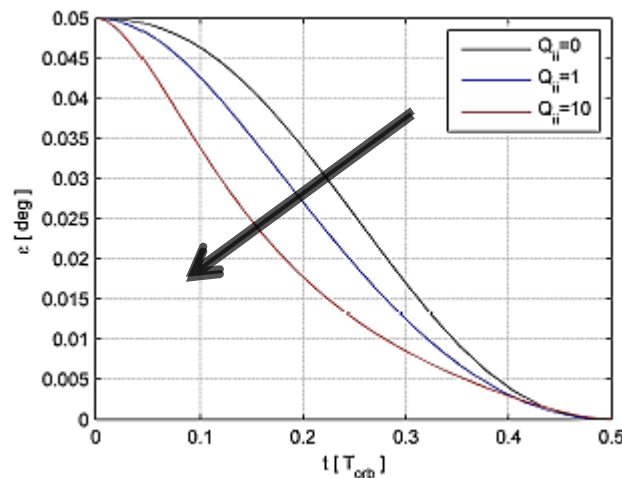


# Determinazione delle matrici peso

## Effetto del peso sullo stato finale, $S$



## Effetto del peso sullo stato corrente, $Q$



# Soluzione del TPBVP: Approccio alle State Transition Matrix

Problema:  $\dot{y} = Zy \xrightarrow{\text{Soluzione generale}} y(t) = \Phi(t, \tau)y(\tau)$

STM  $\Phi(t, \tau) \longrightarrow \begin{cases} \dot{\Phi} = Z\Phi \\ \Phi(0^+) = I \end{cases}$

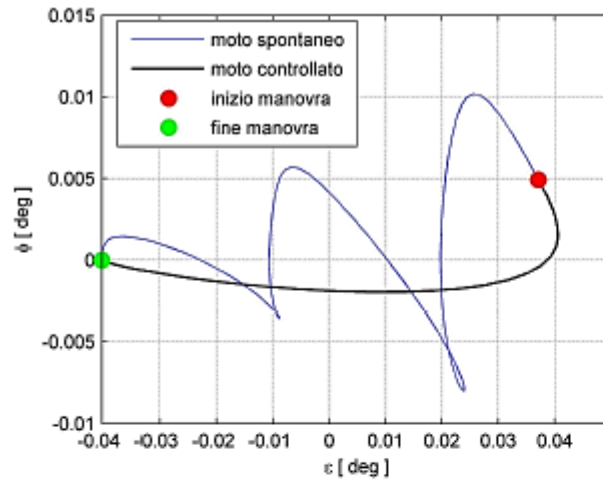
Partizione della STM per la soluzione del problema con condizioni al contorno miste, MCP

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ \hat{x}(t) \\ \lambda_1(t) \\ \hat{\lambda}(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{xx}^{(11)}(t, \tau) & \Phi_{xx}^{(1P)}(t, \tau) & \Phi_{x\lambda}^{(11)}(t, \tau) & \Phi_{x\lambda}^{(1P)}(t, \tau) \\ \Phi_{xx}^{(P1)}(t, \tau) & \Phi_{xx}^{(PP)}(t, \tau) & \Phi_{x\lambda}^{(P1)}(t, \tau) & \Phi_{x\lambda}^{(PP)}(t, \tau) \\ \Phi_{\lambda x}^{(11)}(t, \tau) & \Phi_{\lambda x}^{(1P)}(t, \tau) & \Phi_{\lambda\lambda}^{(11)}(t, \tau) & \Phi_{\lambda\lambda}^{(1P)}(t, \tau) \\ \Phi_{\lambda x}^{(P1)}(t, \tau) & \Phi_{\lambda x}^{(PP)}(t, \tau) & \Phi_{\lambda\lambda}^{(P1)}(t, \tau) & \Phi_{\lambda\lambda}^{(PP)}(t, \tau) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1(\tau) \\ \hat{x}(\tau) \\ \lambda_1(\tau) \\ \hat{\lambda}(\tau) \end{pmatrix}$$

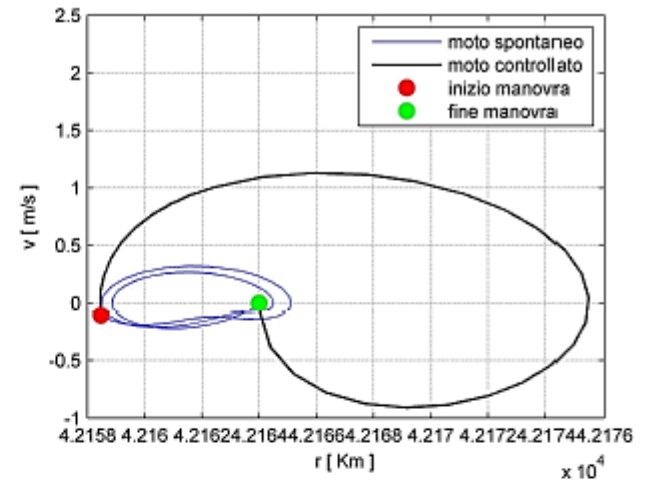
$$x(t_0) = x_0 \quad \begin{cases} x_1(t_f) = x_{1f} \\ \lambda_i(t_f) = \frac{\partial \phi(x_f)}{\partial x_{fi}} = S_{ij}x_{fj} \quad i, j = 2, \dots, 6 \end{cases}$$



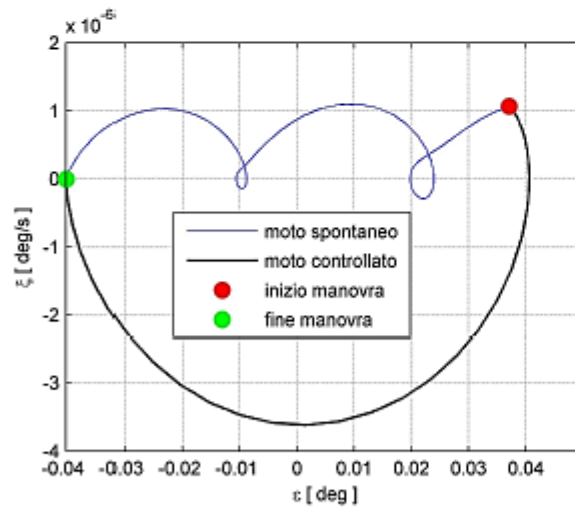
# Diagrammi di fase



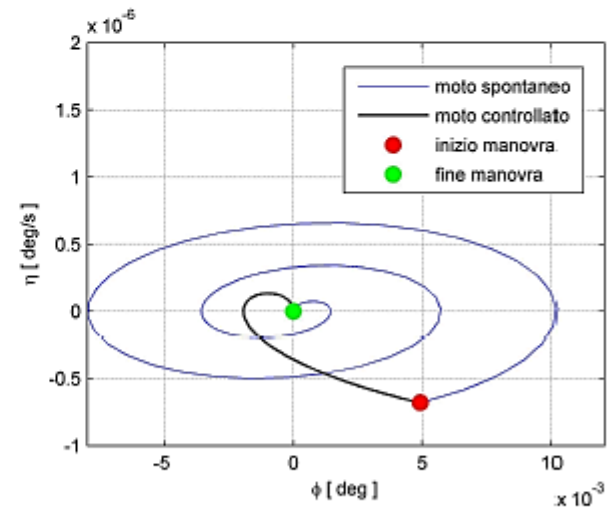
(a)  $\varphi$  vs  $\varepsilon$



(b)  $v$  vs  $r$



(c)  $\xi$  vs  $\varepsilon$



(d)  $\eta$  vs  $\varphi$

Figura 6.7: Diagrammi di fase del sistema per 1 ciclo di controllo da condizioni nominali.  $T_{FD} = 2.5$  giorni,  $T_C = 0.5$  giorni.

